4 Izjave s predikati in kvantifikatorji

26. Katere od naslednjih izjav so pravilne, če je področje pogovora množica realnih števil?

(i) $(\forall x)(\exists y)(x+y=0)$.

(ii) $(\exists x)(\forall y)(x+y=0)$.

(iii) $(\exists x)(\exists y)(x^2+y^2=-1)$.

(iv) $(\forall x)[x>0 \Rightarrow (\exists y)(y<0 \land xy>0)]$.

27. (i) Z osnovnima povezavama $\neg$ in $\land$ izrazite sestavljeno izjavo $A \Leftrightarrow B$.

(ii) Spomnimo se: $(\exists! x)(x \in \mathbb{R} \land \varphi(x))$ beremo "Obstaja natanko en x iz $\mathbb{R}$, da velja $\varphi(x)$". Naslednjo izjavo

$$(\exists! a)(a \in \mathbb{R} \land a > 3 \land a \leq 4)$$

napišite brez uporabe okrajšave '$\exists!$', to je, namesto uporabe kvantifikatorja $\exists!$ uporabite kvantifikatorja $\exists$ in $\forall$ (izjavo napisati brez '!'). Določite pravilnost dane izjave.

p	q	r	D
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	0

28. (a) Recimo, da imamo predpisano tabelo na desni strani. Poiščite D.

(b) Zakon trihotomije pove: "Za vsak par realnih števil a, b velja natanko ena od treh možnosti: $a=b$, $a<b$ ali pa $a>b$". Zakon trihotomije zapišite z uporabo kvatifikatorja in veznika $(\forall, \exists, \land, \lor, \neg, \Rightarrow)$.

29. Dana je množica A, definirana na naslednji način:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ je liho število } \land (\exists k)\big(k \in \mathbb{N} \land n = k(k+1)\big)\}.$$

Pokažite, da je A prazna množica.

30. Negirajte naslednjo izjavo s kvantifikatorji

$$(\forall a)(\forall b)((a^2+b^2=0) \Rightarrow (a=0) \lor (b=0)).$$

Določite, ali je negacija pravilna izjava.

31. Naslednjo trditev zapiši s kvantifikatorji in jo pokaži: Ne obstaja liho število, ki bi ga lahko izrazili v obliki $4j+1$ in $4k-1$ za celi števili j in k.

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:
https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html.
Na isti strani lahko bralec najde vse rešitve podanih nalog.